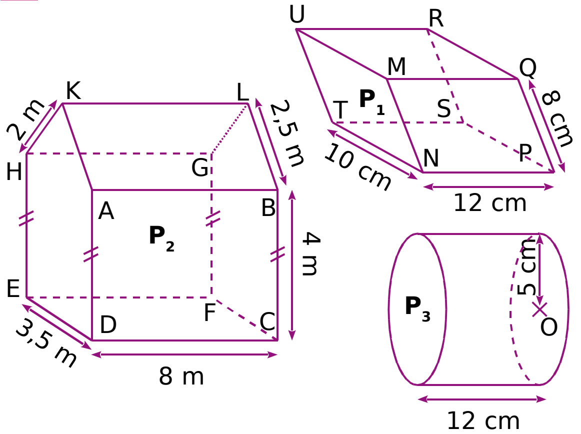
Correction de la feuille d'exercices – Aires latérales et volumes

Sauf mention contraire, les prismes sont des prismes droits et les cylindres, des cylindres de révolution.

1 Reconnaître la base



P_1 et **P_2** sont des prismes et **P_3** est un cylindre. Pour chacun de ces trois solides, nomme une base et calcule son périmètre.

Solide	P_1	P_2	P_3
Base	MNPQ car non rectangle	ADEHK	Disque de centre O et rayon 5 cm.
périmètre	**Est-ce un parallélogramme ? Si oui son périmètre est de 40 cm sinon on ne sait pas**	16 m	10π cm $\approx 31{,}4$ cm

2 Calcule le périmètre des bases puis l'aire latérale des solides suivants.

Solide	Base	Hauteur
Prisme1	Carré de côté 6 cm	12 cm
Prisme2	Rectangle de 8 m sur 2,5 m	1,5 m
Cylindre	Rayon de base 3 cm	2,5 dm

Solide	Périmètre de la base	Aire latérale
Prisme1	24 cm	288 cm²
Prisme2	21 m	31,5 m²
Cylindre	6π cm $\approx 18{,}8$ cm	150π cm² ≈ 470 cm²

$\mathcal{P}_{base\ Prisme\ 1} = 6 \times 4 = 24$ cm
$\mathcal{A}_{latérale\ Prisme\ 1} = \mathcal{P}_{base} \times h = 24 \times 12 = 288$ cm²

$\mathcal{P}_{base\ Prisme\ 2} = 8 \times 2 + 2{,}5 \times 2 = 21$ m
$\mathcal{A}_{latérale\ Prisme\ 2} = \mathcal{P}_{base} \times h = 21 \times 1{,}5 = 31{,}5$ m²

$\mathcal{P}_{base\ Cylindre} = 2 \times r \times \pi \approx 2 \times 3 \times 3{,}14 \approx 18{,}8$ cm

Il faut d'aord convertir : 2,5 dm = 25 cm

$\mathcal{A}_{latérale\ Cylindre} = \mathcal{P}_{base} \times h \approx 18{,}8 \times 25 \approx 470$ cm²

3 Ne pas se fier à la taille ni à la forme

a. **P_1** est un prisme de hauteur 8 cm ayant pour base un pentagone dont tous les côtés mesurent 14,4 cm. **P_2** est un prisme de hauteur 6 cm ayant pour base un triangle équilatéral de côté 32 cm. Compare les aires latérales de ces deux prismes.

Aire latérale de **P_1** : $14{,}4 \times 5 \times 8 = 576$ cm².
Aire latérale de **P_2** : $32 \times 3 \times 6 = 576$ cm².
Les deux prismes ont la même aire latérale.

b. **C_1** est un cylindre de rayon de base 18 cm et de hauteur 10 cm, **C_2** est un cylindre de rayon de base 6 cm et de hauteur 30 cm et **C_3** est un cylindre de rayon de base 12 cm et de hauteur 15 cm. Calcule et compare leurs aires latérales.

Aire latérale de **C_1** :
$2 \times \pi \times 18 \times 10 = 360\pi$ cm² $\approx 1\,131$ cm².
Aire latérale de **C_2** :
$2 \times \pi \times 6 \times 30 = 360\pi$ cm² $\approx 1\,131$ cm².
Aire latérale de **C_3** :
$2 \times \pi \times 12 \times 15 = 360\pi$ cm² $\approx 1\,131$ cm².
Les trois cylindres ont la même aire latérale.

4 Calcule, pour chaque question, la dimension demandée.

a. L'aire latérale d'un cylindre de rayon de base 5 cm et de hauteur 20 cm.

$2 \times \pi \times 5 \times 20 = 200\,\pi$ cm² ≈ 628 cm².

b. L'aire latérale d'un prisme qui a pour base un carré de côté 8 cm et pour hauteur 20 cm.

$4 \times 8 \times 20 = 640$ cm²

5 Pour le peintre

Un tuyau de transport du pétrole (pipeline) a la forme d'un cylindre de diamètre intérieur 60 cm et de diamètre extérieur 65 cm.
La longueur du pipeline qui va de la raffinerie au port est de 850 m. Une entreprise de peinture demande 15,85 € par m² pour la pose et la fourniture d'un revêtement spécial anti-corrosion à l'intérieur et à l'extérieur de ce pipeline.

Calcule le montant des travaux qu'effectuera cette entreprise.

Aire latérale du cylindre intérieur :
$\pi \times 0{,}60 \times 850 = 510\pi$ m² $\approx 1\,602$ m².

Aire latérale du cylindre extérieure :
$\pi \times 0{,}65 \times 850 = 552{,}5\pi$ m² $\approx 1\,736$ m².

Aire de la surface à peindre :
$510\pi + 552{,}5\pi = 1062{,}5\pi$ m² $\approx 3\,338$ m².

Montant des travaux :
$3\,338 \times 15{,}85 \approx 52907$ €

6 *Les unités de volume*

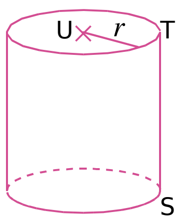
$2\ 345\ mm^3 = 2{,}345\ cm^3$
$3{,}7\ dm^3 = 3\ 700\ cm^3$
$0{,}087\ m^3 = 87\ 000\ cm^3$
$3\ L = 3\ 000\ cm^3$
$15\ cL = 150\ cm^3$.

125 mL = 12,5 cL
0,75 L = 75 cL
$25\ cm^3 = 2{,}5\ cL$
48,25 dL = 482,5 cL
$2\ dm^3 = 200\ cL$.

7 *Bien observer*

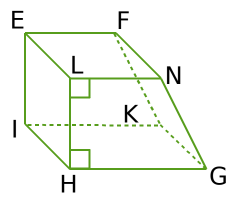
On a représenté ci-dessous des prismes droits et des cylindres de révolution. Donne la nature des bases et nomme une hauteur dans chaque cas.

a.



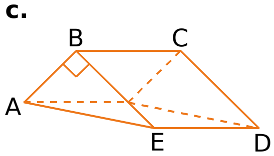
Base : disque de centre U et rayon r
Hauteur : [TS]

b.



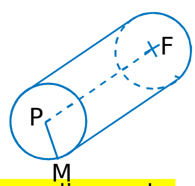
Base : trapèze LNGH
Hauteur : [EL]

c.



Base : triangle rectangle ABE
Hauteur : [BC]

d.



Base : disque de centre P et rayon PM
Hauteur : [PF]

8 *Appliquer les formules*

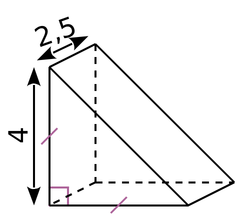
a. Un prisme droit de hauteur 10 cm a pour base un polygone d'aire 7,4 cm². Calcule son volume : $V = 7{,}4 \times 10 = 74\ cm^3$.

b. Un cylindre de révolution de hauteur 11 mm a pour base un disque d'aire 0,9 cm². Calcule son volume en mm^3 : 0,9 cm² = 90 mm²

$V = 90 \times 11 = 990\ mm^3$.

9

Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle. (L'unité est le centimètre.)



a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?

La hauteur est de 2,5 cm.

b. Calcule l'aire d'une base.

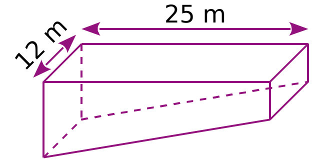
Aire : $(4\times4)\div2 = 8$ cm²

c. Calcule le volume du prisme.

$V = 8 \times 2{,}5 = 20\ cm^3$.

10 *Piscine*

Une piscine a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m.



a. Quel volume d'eau contient-elle ?

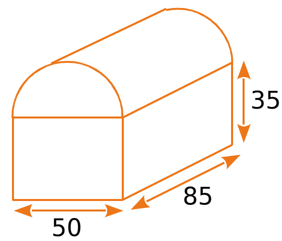
$V = ((2{,}2+0{,}8)\times25)\div2\times12 = 450\ m^3$.

b. Sachant que le robinet d'eau qui permet de la remplir a un débit de 15 L/min, combien de temps faut-il pour la remplir ?

$450\ m^3 = 450\ 000$ L
$450\ 000 \div 15 = 30\ 000$
Il faudra 30 000 minutes pour remplir la piscine soit 20 jours et 20 heures .

11 *Un coffre ancien*

Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre.)
Calcule le volume de ce coffre.



Caclulons d'abord l'aire de la base :

Aire du demi-disque :
$25\times25\times\pi\div2 \approx 25\times25\times3{,}1415\div2 \approx 981{,}72$ cm²

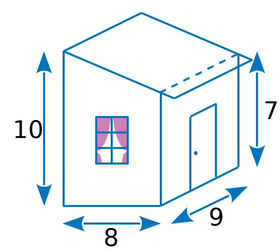
Aire du rectangle : $50\times35 = 1750$ cm²

Aire de la base : $\approx 981{,}72+1750 \approx 2731{,}72$ cm²

$V = \mathcal{A}_{base} \times h = 2\ 731{,}72 \times 85 \approx 232\ 196\ cm^3$.

12 *Choix d'un poêle*

On veut chauffer la maison représentée ci-contre à l'aide d'un poêle à bois. (L'unité est le mètre.)



Les caractéristiques de ce poêle à bois sont :

- puissance : 10 000 W ;
- volume de chauffe : $420\ m^3$;
- dimensions en cm : $l = 71$, $h = 126$ et $P = 44$.

La capacité du poêle choisi est-elle suffisante ?

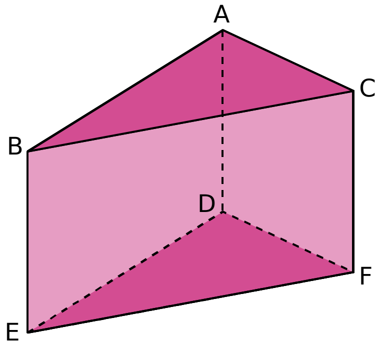
La maison a la forme d'un prisme de base un trapèze et de hauteur 9 m
Volume de la maison :

$$V = \frac{(10+7)\times8}{2}\times9 = 612\ m^3.$$

Le poêle ne sera pas suffisant pour chauffer la maison.

Correction de la feuille d'exercices – Aires latérales et volumes

13 *Prisme à base triangulaire*



ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

La hauteur de ce prisme varie. On note x la hauteur de ABCDEF, en cm.

a. Pour une hauteur de 7 cm, calcule le volume de ce prisme droit.

$V = \frac{3\times 4}{2} \times 7 = 42\text{ cm}^3$

b. Donne une expression du volume du prisme pour une hauteur de x cm.

$V = \frac{3\times 4}{2} \times x = 6x$

c. Calcule ce volume pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

Pour $x = 4$, $V = 6 \times 4 = 24\text{ cm}^3$

Pour $x = 8$, $V = 6 \times 8 = 48\text{ cm}^3$

On remarque que le volume est doublé.

d. Est-il possible d'obtenir un prisme de volume 60 cm^3 ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

Oui, c'est possible, il faut que :

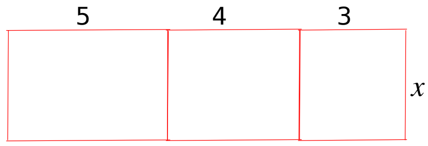
$6x = 60\text{ cm}^3$ soit $x = 10$ cm

e. Même question pour des volumes de 21 cm^3 et 40 cm^3.

$6x = 21\text{ cm}^3$ soit $x = 3{,}5$ cm

$6x = 40\text{ cm}^3$ soit $x = \frac{20}{3}$ cm

f. Trace un rectangle à main levée pour représenter la surface latérale de ce prisme et indique ses dimensions.



g. Peux-tu distinguer la longueur et la largeur de ce rectangle ?

Non, tout dépend de la valeur de x

h. Construis cette aire latérale en vraie grandeur lorsque la hauteur du prisme est de 7,5 cm.

i. Exprime son aire latérale en fonction de x.

$A = (5 + 4 + 3) \times x = 12x$

j. Calcule cette aire latérale pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

Pour $x = 4$, $A = 12 \times 4 = 48\text{ cm}^2$

Pour $x = 8$, $A = 12 \times 8 = 96\text{ cm}^2$

On remarque que la surface est doublée.

k. Est-il possible d'obtenir un prisme d'aire latérale 30 cm^2 ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

Oui, c'est possible, il faut que :

$12x = 30\text{ cm}^2$ soit $x = 2{,}5$ cm